

**К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ
ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ**

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Яценко

МАТЕМАТИКА

ЕГЭ

2011

**ТИПОВЫЕ
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

**10 ВАРИАНТОВ ЗАДАНИЙ
ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ
КРИТЕРИИ ОЦЕНОК**

РАЗРАБОТАНО МИОО



Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Разработано МИОО

*для использования в образовательных учреждениях
Российской Федерации в качестве сборника тестовых заданий
для подготовки к Единому государственному экзамену
по математике*

10 вариантов заданий

Ответы и решения

Критерии оценок

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2011**

Е33 **ЕГЭ 2011. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, Д.Д. Гущин, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Яценко; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко. — М.: Издательство «Экзамен», 2011. — 63, [1] с. (Серия «ЕГЭ 2011. Типовые тестовые задания»)**

ISBN 978-5-377-03814-6

Типовые тестовые задания по математике содержат 10 вариантов комплектов заданий, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2011 году. Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2011 г. по математике, степени трудности заданий.

В состав авторского коллектива входят специалисты, имеющие большой опыт работы в школе и вузе и принимающие участие в разработке тестовых заданий для ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов и приводятся решения всех заданий одного из вариантов.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Учебные пособия издательства «Экзамен» допущены Министерством образования и науки Российской Федерации к использованию в общеобразовательных учреждениях на основании приказа № 729.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Подписано в печать 23.07.2010. Формат 84х108/32.
Гарнитура «Школьная». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 3,22.
Усл. печ. л. 3,36. Тираж 50 000 экз. Заказ № 10974.

ISBN 978-5-377-03814-6

© Высоцкий И.Р., Гущин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л., Семенова М.А.,
Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А., Шноль Д.Э.,
Яценко И.В., 2011

© Издательство «**ЭКЗАМЕН**», 2011

СОДЕРЖАНИЕ

Инструкция по выполнению работы	4
Тренировочная работа 1	
Часть 1	5
Часть 2	8
Тренировочная работа 2	
Часть 1	10
Часть 2	13
Тренировочная работа 3	
Часть 1	15
Часть 2	18
Тренировочная работа 4	
Часть 1	20
Часть 2	23
Тренировочная работа 5	
Часть 1	25
Часть 2	28
Тренировочная работа 6	
Часть 1	30
Часть 2	33
Тренировочная работа 7	
Часть 1	35
Часть 2	38
Тренировочная работа 8	
Часть 1	39
Часть 2	42
Тренировочная работа 9	
Часть 1	44
Часть 2	47
Тренировочная работа 10	
Часть 1	49
Часть 2	52
Ответы	54
Решение заданий	
Тренировочная работа 3.....	59

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (B1–B12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

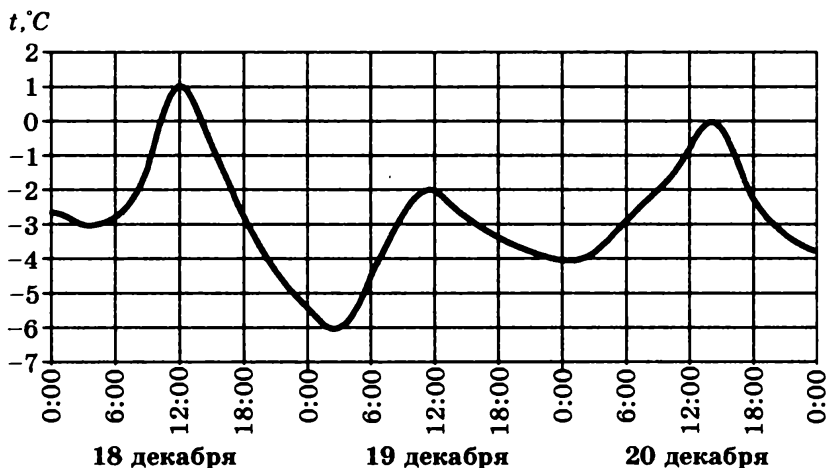
Желаем успеха!

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 1

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

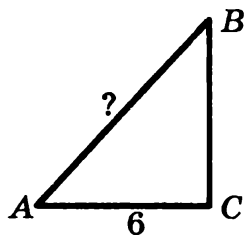
- В1.** Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?
- В2.** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 18 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = -2$.

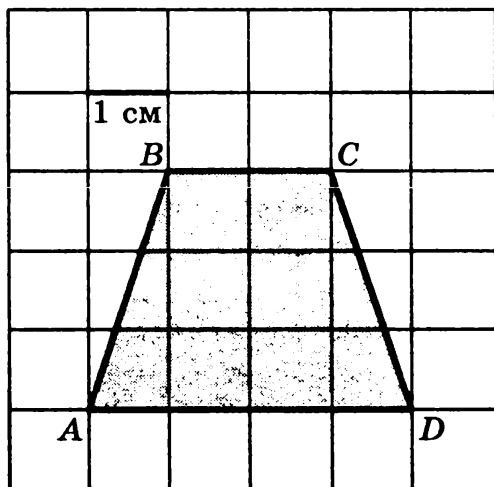
В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $AC = 6$.

Найдите AB .



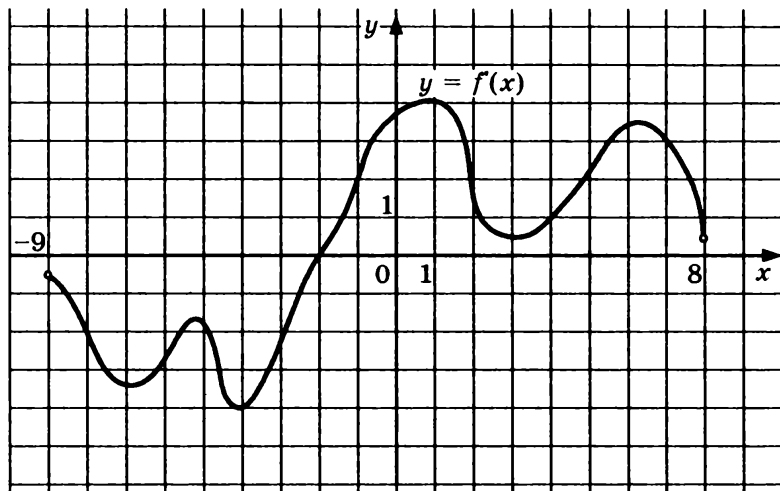
В5. Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 5 кубометров пеноблоков и 2 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 4 тонны щебня и 40 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2400 рублей, щебень стоит 640 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 240 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешевый вариант?

В6. Найдите площадь трапеции $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В7. Вычислите значение выражения $7^{\log_7 3} + 25^{\log_5 \sqrt{11}}$.

В8. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 5$ или совпадает с ней.



В9. Объем данного правильного тетраэдра равен 128 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

В10. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь

$S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $46,17 \cdot 10^{12}$, определите наименьшую возможную температуру этой звезды.

В11. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right].$$

В12. Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение $(2 \sin x + \sqrt{3}) \log_3(\operatorname{tg} x) = 0$.

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

С3. Решите неравенство $\frac{\log_2(2x^2 - 13x + 20) - 1}{\log_3(x + 7)} \leq 0$.

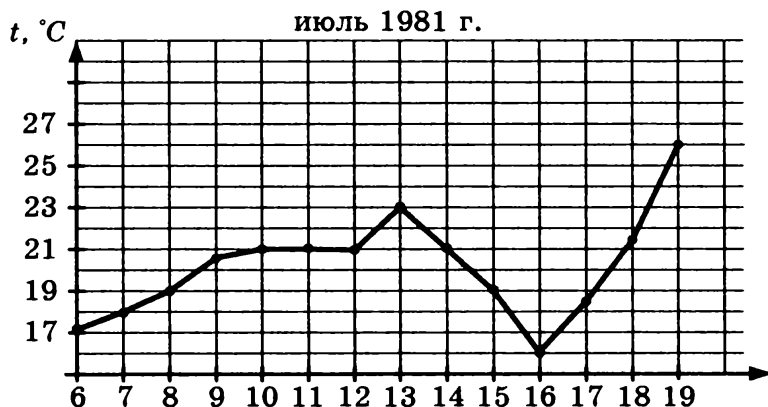
- С4.** Точки A_1 , B_1 и C_1 — основания высот треугольника ABC . Углы треугольника $A_1B_1C_1$ равны 90° , 60° и 30° . Найдите углы треугольника ABC .
- С5.** Найдите все значения параметра a , при которых система
$$\begin{cases} \log_{a^2} y = (x^2 + 3x + 2)^4, \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.
- С6.** Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 2

Часть 1

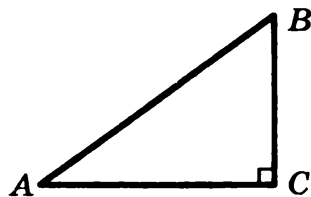
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** В одном контейнере можно разместить 9 одинаковых коробок. Какое наименьшее число контейнеров потребуется для того, чтобы разместить 67 таких коробок?
- В2.** На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3. Найдите корень уравнения $\sqrt{6x+7} = 7$.

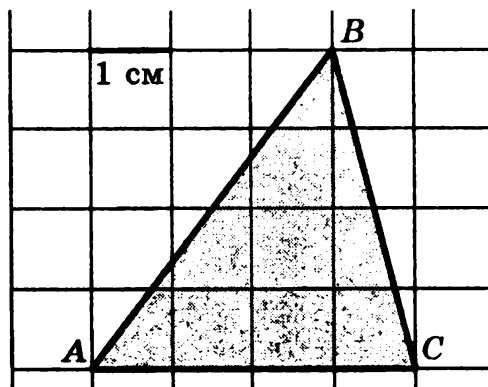
В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{3}{5}$. Найдите $\cos B$.



В5. Строительный подрядчик планирует купить 15 т облицовочного кирпича у одного из трех поставщиков. Вес одного кирпича 5 кг. Цены и условия доставки приведены в таблице. Во сколько рублей обойдется наиболее дешевый вариант покупки?

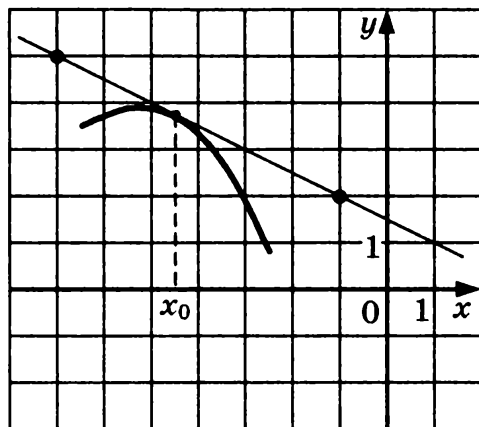
Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные условия
А	51	7500	Нет
Б	55	7000	Если стоимость заказа выше 150000 руб., доставка бесплатно
В	62	5500	При заказе свыше 180000 руб. доставка со скидкой 50%.

В6. Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В7. Найдите значение выражения $5 \cdot 7^{\log_7 3}$.

В8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



В9. Бильярдный шар весит 200 г. Сколько граммов будет весить шарик вдвое меньшего радиуса, сделанный из того же материала?

В10. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12$ мг изотопа натрия-24, период полураспада которого равен $T = 15$ ч. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

В11. Найдите наименьшее значение функции $y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$

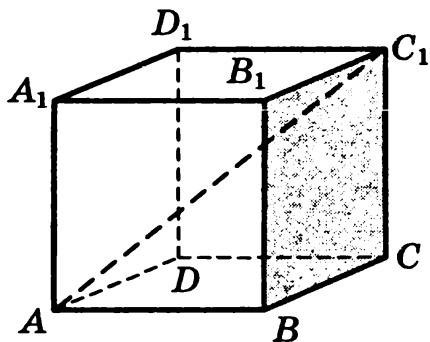
на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

- В12.** Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 30 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 20 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила 2400 м^2 .

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1.** Решите уравнение $\frac{9^{\sin^2 x} - 3^{\sqrt{3} \sin x}}{\sqrt{-2 \cos x - 1}} = 0$.
- С2.** В кубе $A...D_1$ найдите тангенс угла между прямой AC_1 и плоскостью BCC_1 .



- С3.** Решите неравенство $\frac{x^2 - 4}{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1)} < 0$.

С4. Треугольник ABC вписан в окружность радиуса 12. Известно, что $AB = 6$ и $BC = 4$. Найдите AC .

С5. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} a^{y^2} = \sqrt[9]{-0,125 - 3x - 2x^2}, \\ 16x^2 + 1 = 8y - 24x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

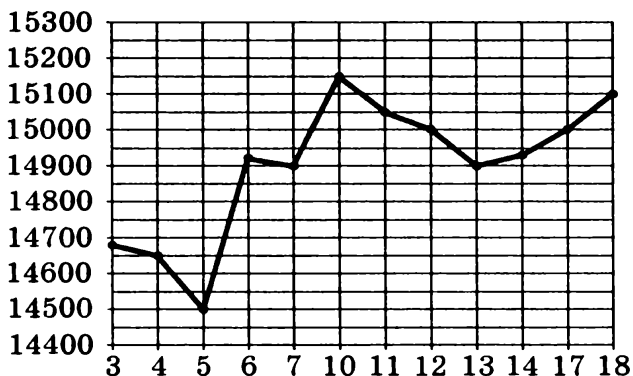
С6. Решите уравнение $3^m + 4^n = 5^k$ в натуральных числах.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 3

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?
- В2.** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



- В3.** Найдите корень уравнения $5^{4-x} = 25$.

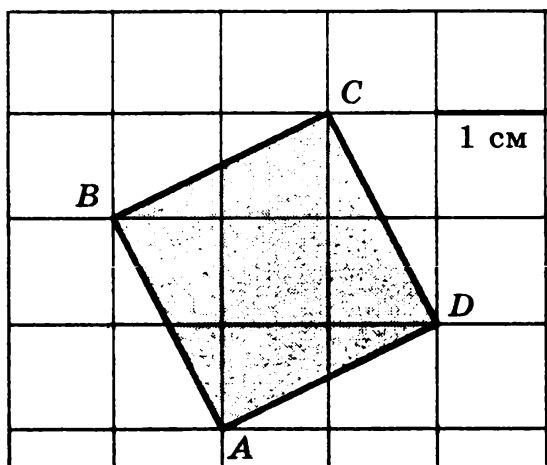
В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Найдите $\sin B$.

В5. Строительной фирме нужно приобрести 200 листов кровельного железа у одного из трех поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой?

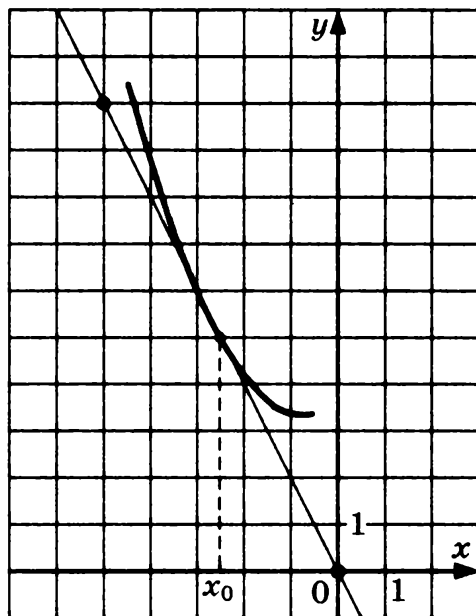
Поставщик	Стоимость железа (руб. за лист)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	400	4400	
Б	420	5400	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	440	3400	При заказе более 100 листов доставка бесплатно

В6. Найдите площадь квадрата $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В7. Найдите значение выражения $7 \cdot 10^{\log_{10} 3}$.

В8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



В9. Объем данного правильного тетраэдра равен 2 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

В10. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

В11. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 5 \cos x - 6x + 4 \text{ на отрезке } \left[-\frac{3\pi}{2}; 0 \right].$$

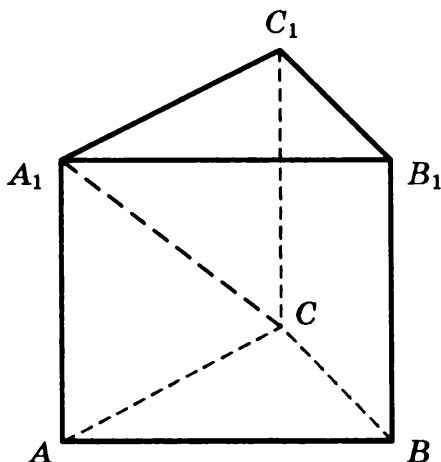
В12. Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение $(6 \cos^2 x - 11 \cos x + 4) \sqrt{-\operatorname{tg} x} = 0$.

С2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C .



С3. Решите неравенство

$$\frac{\log_{2x-3}^2 \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3} (9x^2 - 30x + 25) + 7}{2\log_{2x-3} (6x^2 - 19x + 15) - 1} \leq 3.$$

С4. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B . Известно, что расстояние между центрами равно a , причем $r < R$ и $r + R < a$. Найдите AB .

С5. Найдите все значения параметра a , при которых система
$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2, \\ x^2 + y = 2x \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

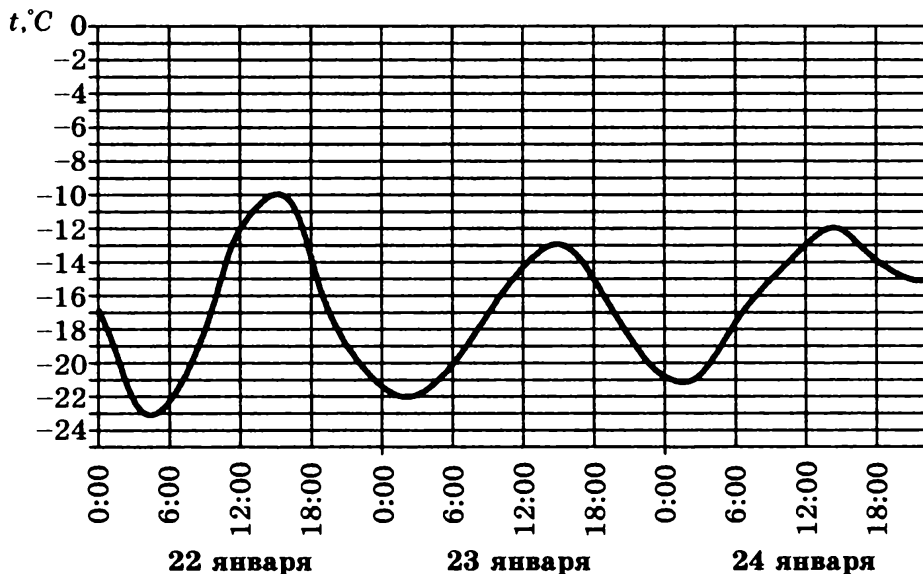
С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящиеся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 4

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

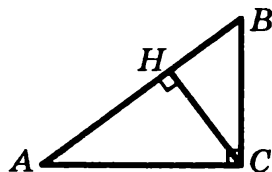
- В1.** До снижения цен товар стоил 800 рублей, а после снижения цен стал стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена товара? Знак % в ответе не пишите.
- В2.** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 23 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3. Найдите корень уравнения $\log_7(x - 6) = 2$.

В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{4}{5}$, $AC = 4$.

Найдите высоту CH .

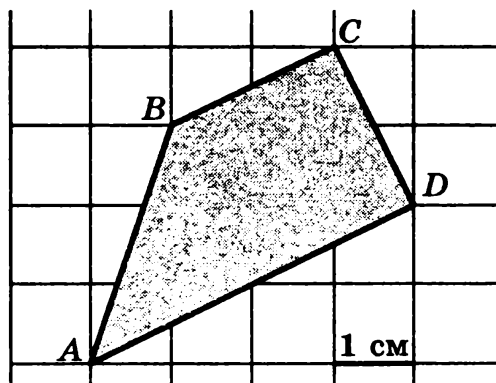


В5. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

План	Абонентская плата	Плата за трафик сверх абонентской
0	Нет	0,8 руб. за 1 Мб
400	439 руб. за 400 Мб	0,7 руб. за 1 Мб сверх 400 Мб
1000	896 руб. за 1000 Мб	0,4 руб. за 1 Мб сверх 1000 Мб

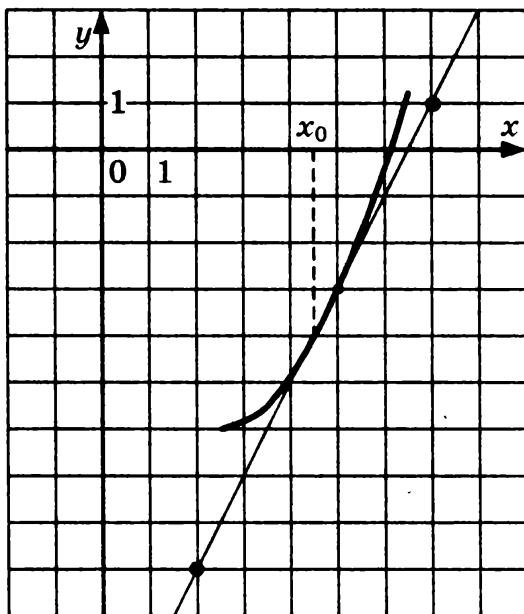
Пользователь планирует, что его трафик составит 650 Мб и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

В6. Найдите площадь трапеции $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В7. Вычислите значение выражения $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$.

- В8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



- В9.** Объем данного правильного тетраэдра равен 64 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .
- В10.** При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 25$ метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t^\circ) = l_0 (1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t_0 — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

В11. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$ на отрезке $[-1; 4]$.

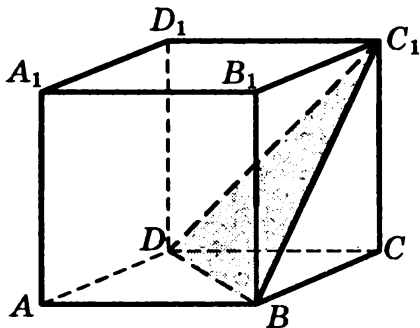
В12. Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение $(\sqrt{2} \cos^2 x + \cos x) \sqrt{-21 \operatorname{tg} x} = 0$.

С2. В кубе $A...D_1$ найдите тангенс угла между прямой AA_1 и плоскостью BC_1D .



С3. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$.

С4. Около треугольника ABC описана окружность с центром O , угол AOC равен 60° . В треугольник ABC вписана окружность с центром M . Найдите угол AMC .

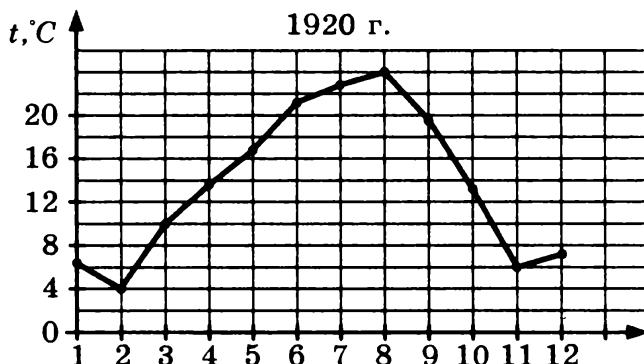
- С5.** Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$ не имеет решений.
- С6.** На числовой оси отмечены все точки с целыми координатами. Разрешается прыгать на 1 и на 4 вправо или влево. Можно ли за 2010 таких прыжков попасть из точки 1 в точку 2, ни разу не попадая в точки с координатами, кратными 4?

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 5

Часть 1

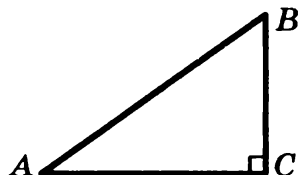
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
- В2.** На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3. Найдите корень уравнения $\log_5(x - 4) = 2$.

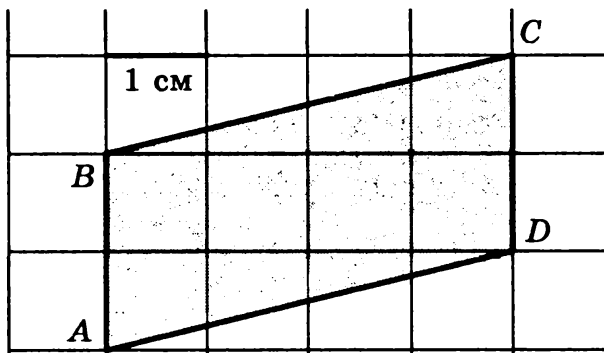
В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{4}{5}$. Найдите $\sin B$.



В5. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребует на дорогу? Ответ дайте в часах.

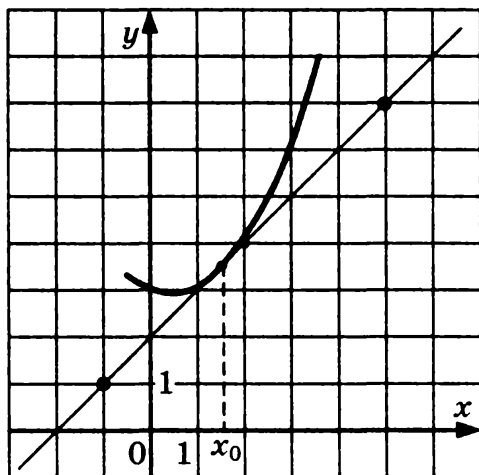
	1	2	3
1. Автобус	От дома до автобусной станции — 20 мин	Автобус в пути 2 ч 5 мин	От остановки автобуса до дачи пешком 10 мин
2. Электричка	От дома до станции железной дороги — 25 мин	Электричка в пути 1 ч 45 мин	От станции до дачи пешком 20 мин
3. Маршрутное такси	От дома до остановки маршрутного такси — 25 мин	Маршрутное такси в дороге 1 ч 35 мин	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 40 мин

В6. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В7. Вычислите значение выражения $\log_4 \log_8 \sqrt[16]{4\sqrt{8}}$.

В8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



В9. Объем данного правильного тетраэдра равен 3 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

В10. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 20$ метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t^\circ) = l_0 (1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t_0 — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

В11. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 6x - 6 \operatorname{tg} x + 11 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{4}; 0 \right].$$

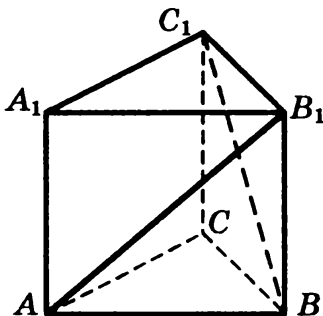
В12. Смешав 70% -й и 60% -й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50% -й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90% -го раствора той же кислоты, то получили бы 70% -й раствор кислоты. Сколько килограммов 70% -го раствора использовали для получения смеси?

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\cos x) + \log_2(\cos x)}{\sin x} = 0$.

С2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 .



С3. Решите неравенство $\frac{\log_2(3x+2)}{\log_3(2x+3)} \leq 0$.

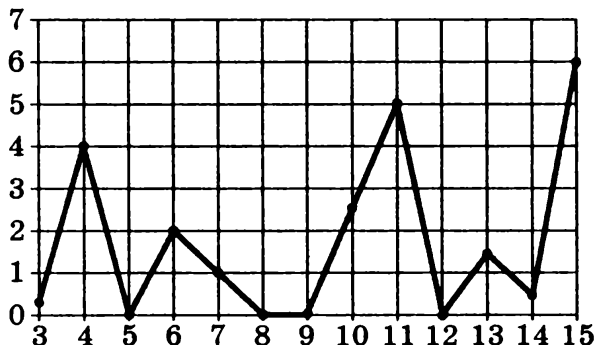
- С4.** Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Известно, что $\angle AO_1B = 90^\circ$, $\angle AO_2B = 60^\circ$, $O_1O_2 = a$. Найдите радиусы окружностей.
- С5.** Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6, \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.
- С6.** При каком наибольшем n найдется n семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 6

Часть 1

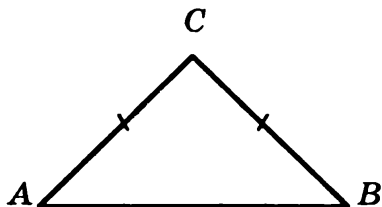
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?
- В2.** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 5 миллиметров осадков.



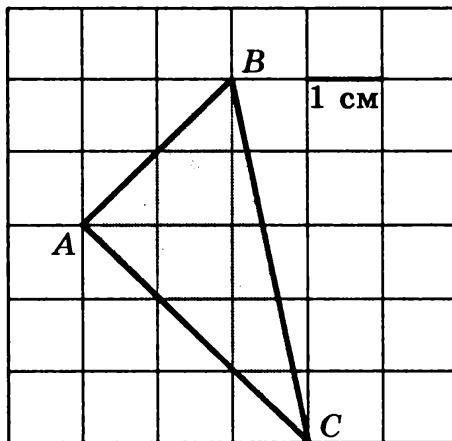
- В3.** Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$.

- В4.** В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 120° , $AB = \sqrt{3}$. Найдите AC .



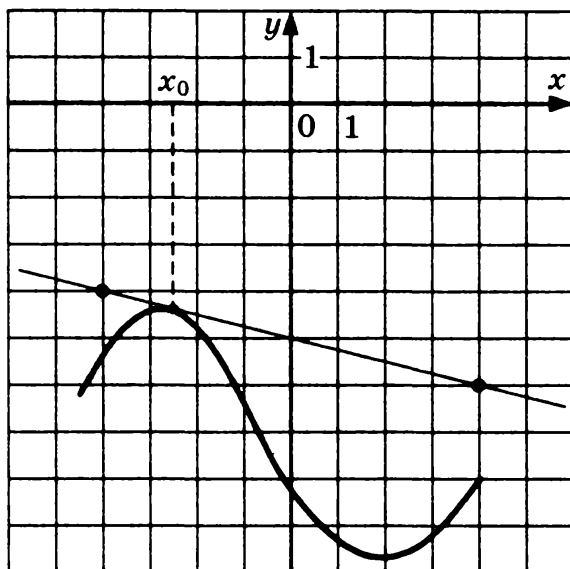
- В5.** Семья из трех человек едет из Москвы в Чебоксары. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 800 рублей. Автомобиль расходует 13 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 19,5 руб. за литр. Сколько рублей будет стоить самая дешевая поездка для этой семьи?

- В6.** Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- В7.** Вычислите значение выражения $(7^{\log_6 7})^{\log_7 6}$.

- В8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



- В9.** Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна 22 см^2 ? Ответ дайте в см^2 .

- В10.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$,

где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340^\circ \text{ К}$? Ответ выразите в градусах Кельвина.

В11. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 3 \text{ на отрезке } [-2; 1].$$

В12. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 8000 рублей, он через два года был продан за 6480 рублей. (Знак процента в ответе не пишете.)

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение

$$(6 \cos^2 x - 5 \cos x - 4) \sqrt{-43 \sin x} = 0.$$

С2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 5.

С3. Решите неравенство

$$\log_{x+2} (36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2 (x - 18)^2 \geq 2.$$

С4. Трапеция с основаниями 14 и 40 вписана в окружность радиуса 25. Найдите высоту трапеции.

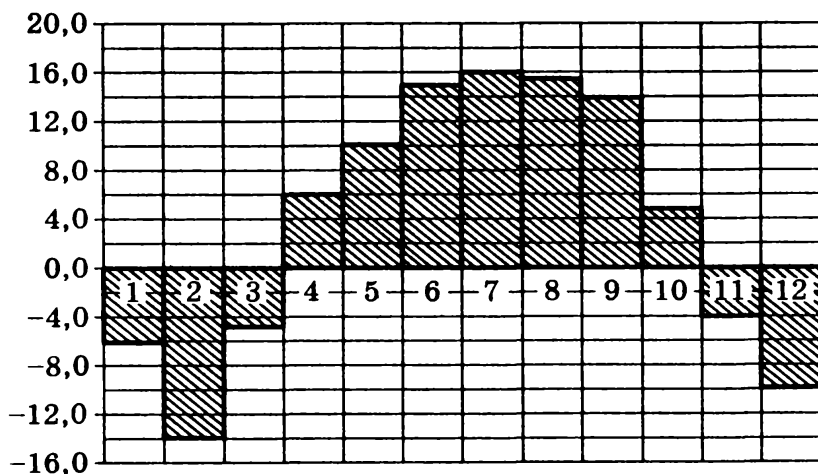
- С5.** Найти все значения параметра a , при которых система $\begin{cases} \log_a (x + y - 1) = x - 3, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ имеет единственное решение.
- С6.** Найдите все натуральные числа, которые делятся на 42 и имеют ровно 42 различных натуральных делителя (включая единицу и само число).

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 7

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 163 человека. Сколько килограммовых пачек сахара необходимо на неделю?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$.

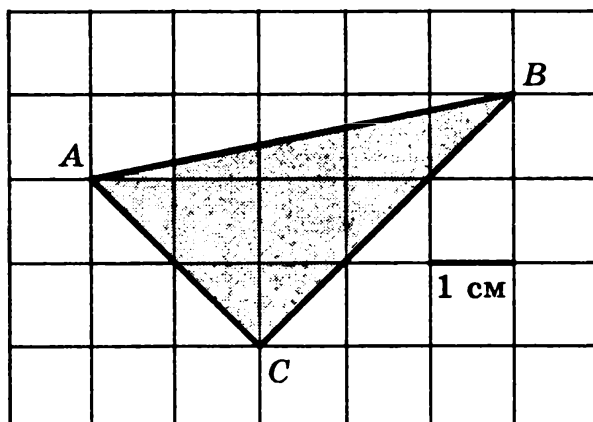
В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол B равен 60° . Найдите синус угла BAD .



В5. Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,25 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекол и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

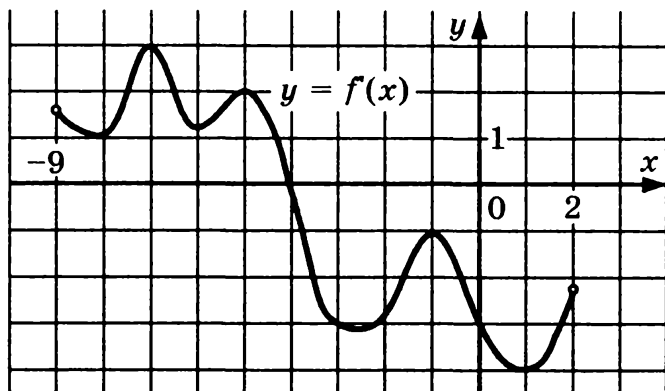
Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	415	75
Б	430	65
В	465	60

В6. Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В7. Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 2}$.

- В8.** На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 2)$. В какой точке отрезка $[-8; -4]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?

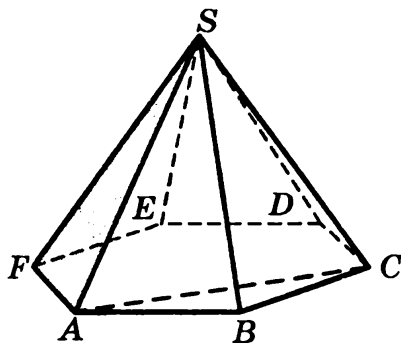


- В9.** Радиус основания первого конуса в 3 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 2 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна 18 см^2 ? Ответ дайте в см^2 .
- В10.** Высоту над землёй подброшенного вверх мяча можно вычислять по формуле $h(t) = 2 + 12t - 5t^2$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска). Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 6 метров?
- В11.** Найдите наибольшее значение функции $y = 4 \cos x - \frac{21}{\pi} x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.
- В12.** Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \cos y \sqrt{\sin x} = 0, \\ 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 y + 1. \end{cases}$$

- С2. В правильной шестиугольной пирамиде $SA...F$, боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой AC и плоскостью SAF .



- С3. Решите неравенство $\log_{0,1}(x^2 + x - 2) > \log_{0,1}(x + 3)$.
- С4. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Известно, что $CH = AB$. Найдите угол ACB .
- С5. Найдите наибольшее целое значение a , при котором уравнение

$$3x^2 - 12x + 3a + 9 = 4 \sin \frac{4x - x^2 - a - 3}{2} \cdot \cos \frac{x^2 - 2x - a - 1}{2}$$

имеет ровно два различных решения.

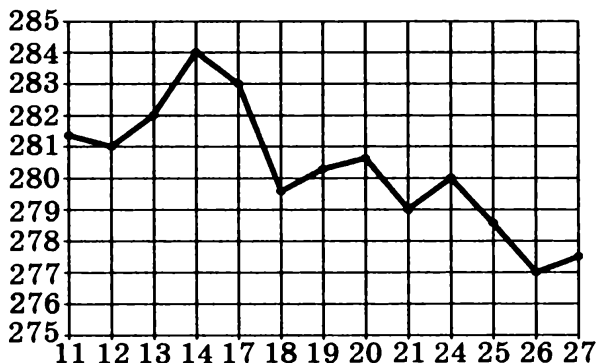
- С6. Решите в целых числах уравнение $m \cdot n^2 = 10^5 n + m$.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 8

Часть 1

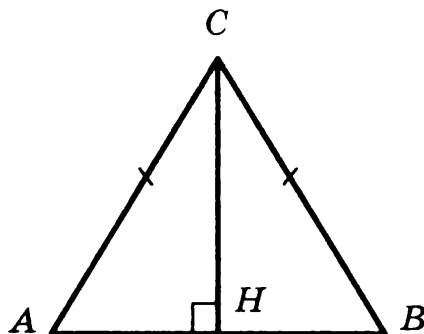
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего нечетного числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?
- В2.** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



В3. Найдите корень уравнения $\log_4(5 - x) = 2$.

В4. В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите AB .

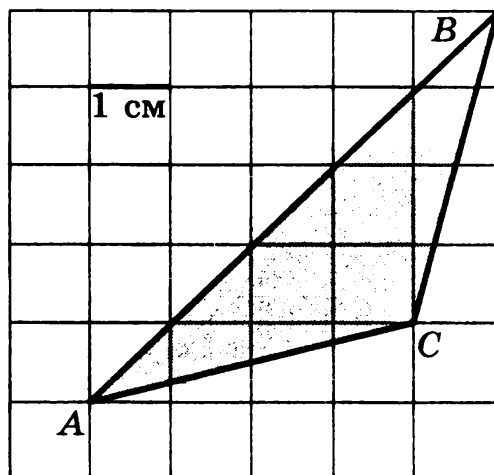


В5. Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
1. Повременный	Нет	0,35 руб.
2. Комбинированный	100 руб. за 280 минут в месяц	Свыше 280 минут в месяц — 0,3 руб. за каждую минуту
3. Безлимитный	260 руб.	0 руб.

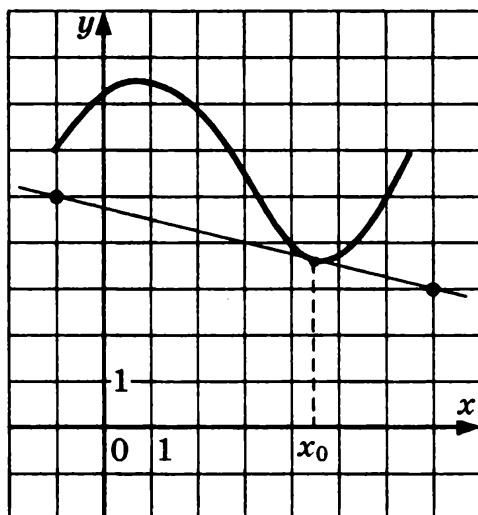
Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составит 800 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце окажется 900 минут? Ответ дайте в рублях.

- В6.** Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- В7.** Найдите значение выражения $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$.

- В8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



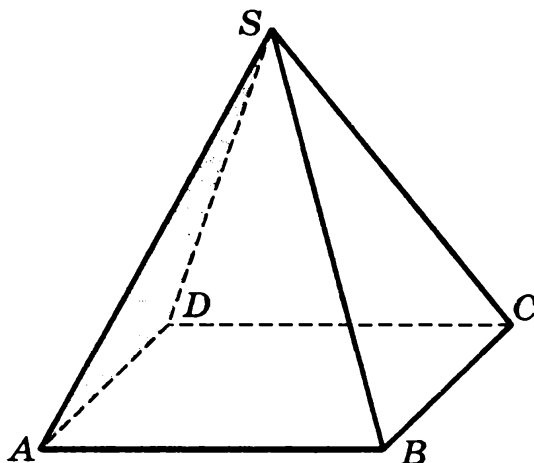
- В9.** Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?
- В10.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника $T_2 = 275$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.
- В11.** Найдите наибольшее значение функции $y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.
- В12.** Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба — бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1.** Решите уравнение $\frac{4 \cos^2 x - 3 \cos x}{3 \operatorname{tg} x + 4} = 0$.

- С2.** В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой AB и плоскостью SAD .



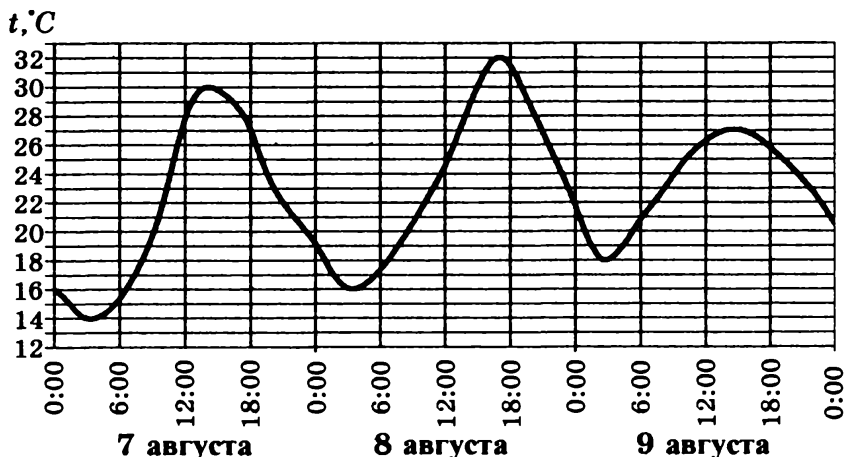
- С3.** Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$.
- С4.** Основания трапеции равны a и b . Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.
- С5.** Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} a^{2x-y-1} = x + 3y - 7, \\ 4y - x = 6 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.
- С6.** Решите в целых числах уравнение $1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2$.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 9

Часть 1

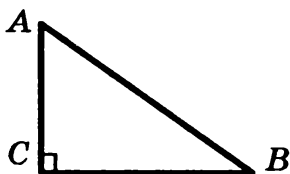
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 руб. Стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и двух взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу?
- В2.** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 8 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(x+7) = -2$.

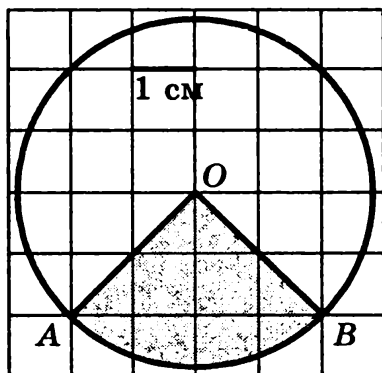
В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол A равен 60° , $AB = 8$. Найдите AC .



В5. Семья из трех человек планирует поездку из Москвы в Челябинск. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 1200 рублей. Автомобиль расходует 8 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 1300 км, а цена бензина равна 20 руб. за литр. Сколько рублей будет стоить самая дешевая поездка для этой семьи?

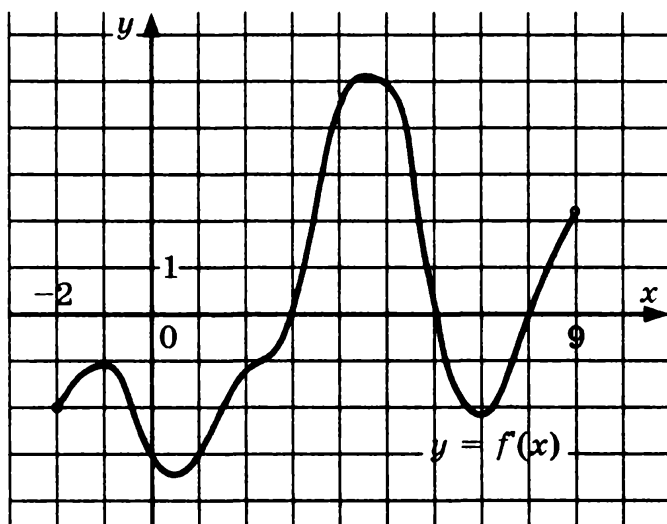
В6. Найдите площадь S сектора. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.

Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В7. Найдите значение выражения $\log_8 288 - \log_8 4,5$.

- В8.** На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 12$ или совпадает с ней.



- В9.** Объем цилиндра равен 12 см^3 . Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?
- В10.** Зависимость объема спроса q (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 160 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
- В11.** Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 7)e^{x-6}$ на отрезке $[5; 7]$.

В12. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1.** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^x + 2 \sin y = 0, \\ 4 \cos^2 y - 4 \cos y - 3 = 0. \end{cases}$$
- С2.** Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.
- С3.** Решите неравенство
$$\log_3((x+2)(x+4)) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} 7.$$
- С4.** В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , O — центр вписанной окружности. Известно, что $BC = 24$, $MN = 12$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BOC .

С5. Найдите все значения параметра a , при которых система
$$\begin{cases} \log_a \sqrt{y+1} = (x^2 - 6x)^2, \\ x^2 + y = 6x \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

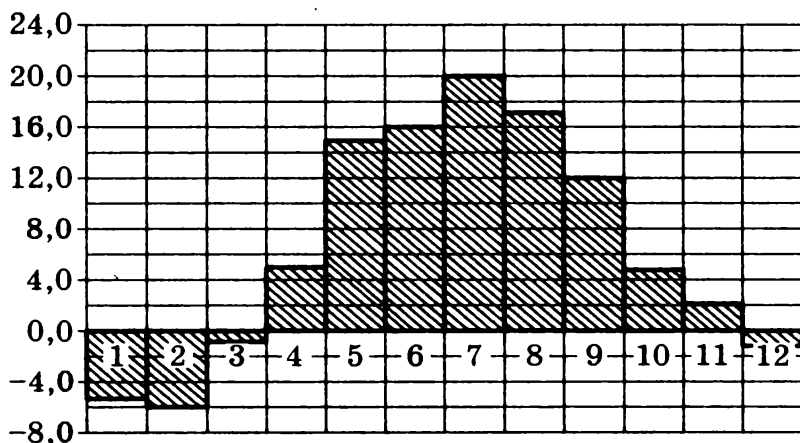
С6. Все обыкновенные правильные несократимые дроби, числители и знаменатели которых двузначные числа, упорядочили по возрастанию. Между какими двумя последовательно расположенными дробями находится число $\frac{5}{8}$?

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 10

Часть 1

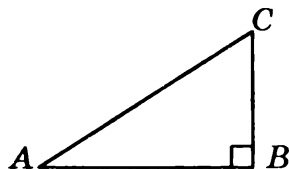
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия.

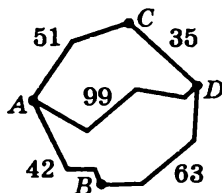


- В3.** Найдите корень уравнения $\sqrt{4x+5} = 5$.

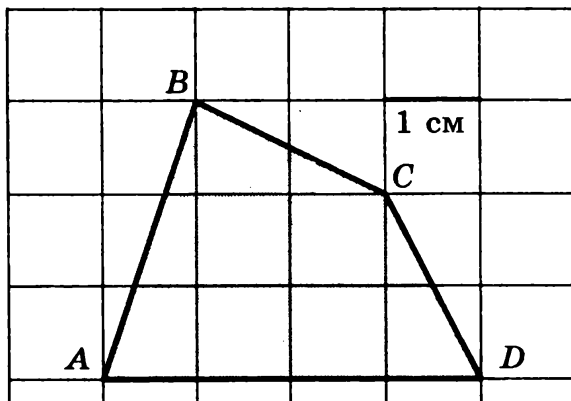
- В4.** Один острый угол прямо-
угольного треугольника на
 30° больше другого. Найдите
больший острый угол.



- В5.** Из пункта А в пункт D ведут три дороги. Через пункт В едет грузовик со средней скоростью 42 км/ч, через пункт С едет автобус со средней скоростью 43 км/ч. Третья дорога — без промежуточных пунктов, и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 66 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояние между пунктами по дорогам. Все три автомобиля одновременно выехали из пункта А. Какой автомобиль добрался до пункта D позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге.

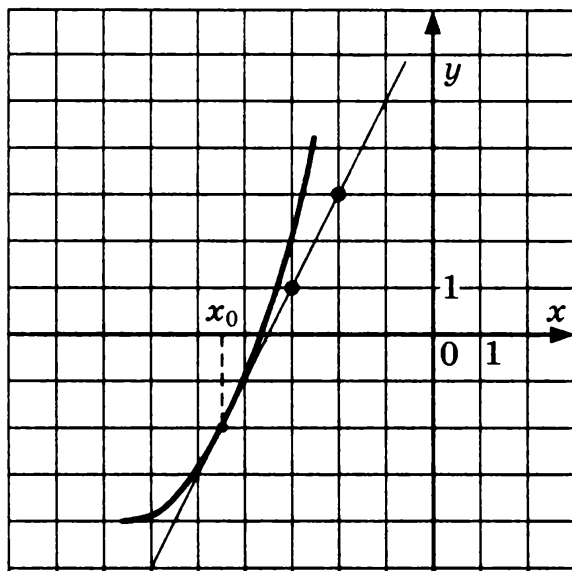


- В6.** Найдите площадь четырехугольника $ABCD$. Размер каждой клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В7. Найдите значение выражения $10 \cdot 7^{\log_7 4}$.

В8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



В9. Объем конуса равен 6 см^3 . Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

В10. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А . Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

В11. Найдите наибольшее значение функции

$$y = \ln(x + 5)^5 - 5x \text{ на отрезке } [-4, 5; 0].$$

В12. Города A , B и C соединены прямолинейным шоссе, причем город B расположен между городами A и C . Из города A в сторону города C выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города B в сторону города C выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 28 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами A и B равно 112 км?

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1.** Решите уравнение $\frac{\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x}{\sqrt{-19 \sin x}} = 0$.
- С2.** Основание прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Найдите тангенс угла между плоскостью грани $AA_1 D_1 D$ призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой $B_1 D$, если расстояние между прямыми $A_1 C_1$ и BD равно $\sqrt{3}$.
- С3.** Решите неравенство $\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3 \log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1$.
- С4.** В трапеции $ABCD$ известны боковые стороны $AB = 27$, $CD = 28$ и верхнее основание $BC = 5$. Известно, что $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$. Найдите AC .

- С5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$ имеет два корня.
- С6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида $p^2 - 1$, где p — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

ОТВЕТЫ

Тренировочная работа 1

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
11	1	-20	9	12160	9	14	4	2	1200	-5	140

С1	$\frac{\pi}{4} + n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	3 или $\frac{21}{17}$
С3	$(-7; -6) \cup [2; 2,5) \cup (4; 4,5]$
С4	$45^\circ, 75^\circ, 60^\circ$ или $135^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ или $120^\circ, 15^\circ, 45^\circ$ или $105^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
С5	$(-1; 0) \cup (0; 1)$
С6	2500 или 400

Тренировочная работа 2

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
8	10	7	0,6	160500	8	15	-0,5	25	30	-3	80

С1	$(2n + 1)\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	$(-\infty; -2); (-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2}); (2; +\infty)$
С4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
С5	$(0; 1)$
С6	$m = n = k = 2$

Тренировочная работа 3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12
7	10	2	0,4	84400	5	21	-2	54	13,75	9	21

C1	$\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
C3	$\frac{7}{4}$
C4	$\sqrt{a^2 - (R - r)^2}$ или $\sqrt{a^2 - (R + r)^2}$
C5	(0; 1)
C6	Да

Тренировочная работа 4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12
15	-13	55	2,4	520	7,5	20	2	8	40	-2	60

C1	$n\pi; \frac{3\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
C3	$(-2; -1] \cup (1; 2)$
C4	165° или 105°
C5	$-2 < a \leq 0$
C6	нет

Тренировочная работа 5

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12
12	20	29	0,8	2,5	8	-3	1	192	37,5	11	3

C1	$\pm \frac{\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{1}{4}$
C3	$\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right]$
C4	$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}, \frac{2a}{\sqrt{3}+1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}, \frac{2a}{\sqrt{3}-1}$
C5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$ или $-e^{\frac{1}{e}} < a < -1$
C6	11

Тренировочная работа 6

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12
190	11	4	1	1774,5	6	7	-0,25	33	400	-3	10

C1	$n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
C3	2
C4	39 или 9
C5	$a = e^{-\frac{1}{e}}$ или $a > 1$
C6	$42 \cdot 3 \cdot 2^5, 42 \cdot 7 \cdot 2^5, 42 \cdot 2 \cdot 3^5, 42 \cdot 7 \cdot 3^5, 42 \cdot 2 \cdot 7^5, 42 \cdot 3 \cdot 7^5$

Тренировочная работа 7

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
58	16	8	0,5	6900	6	14	-4	12	1,6	21	53

С1	$\left\{ \left((-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \mid n, k \in \mathbb{Z} \right\}$
С2	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
С3	$(-\sqrt{5}; -2); (1; \sqrt{5})$
С4	45° или 135°
С5	0
С6	$m = -11250; n = -9$ или $m = -37500; n = -3$ или $m = 0; n = 0$ или $m = 37500; n = 3$ или $m = 11250; n = 9$

Тренировочная работа 8

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
15	14	-11	6	286	7,5	9	-0,25	4	500	5	53

С1	$\pm \arccos \frac{3}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
С3	$(-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2})$
С4	$\sqrt{\frac{3a^2 + 2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2 + 3b^2}{5}}$
С5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$
С6	$k = 0; n = \pm 2$ или $k = 4; n = \pm 23$

Тренировочная работа 9

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
6840	16	42	4	2080	2	2	2	4	14	-1	192

С1	$\left\{ \left(\frac{1}{2}; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \right) \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
С2	2 или 14
С3	$-2 < x < 3$
С4	$8\sqrt{3}$ или 24
С5	$(0; 1) \cup (1; \sqrt[162]{10})$
С6	между $\frac{62}{99}$ и $\frac{58}{93}$

Тренировочная работа 10

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
7	5	5	60	2,5	7,5	40	2	18	11	20	4

С1	$-\frac{\pi}{6} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	1,2
С3	$1 - \sqrt{2} < x < \frac{2}{3}, 1 < x < 1 + \sqrt{2}$
С4	28 или $2\sqrt{181}$
С5	$-24 < a < 18$
С6	24

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Тренировочная работа 3

Часть 2

C1. Решить уравнение $(6 \cos^2 x - 11 \cos x + 4) \sqrt{-\operatorname{tg} x} = 0$.

Решение:

Первый случай: $\operatorname{tg} x = 0$, тогда $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Второй случай: $\operatorname{tg} x \neq 0$. Тогда $\operatorname{tg} x < 0$ и $6 \cos^2 x - 11 \cos x + 4 = 0$.

Решая квадратное уравнение относительно косинуса, находим: $\cos x = \frac{1}{2}$ или $\cos x = \frac{4}{3}$.

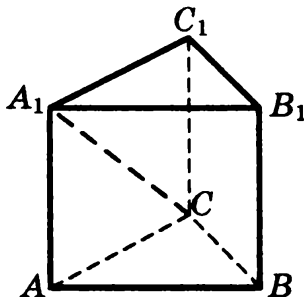
Уравнение $\cos x = \frac{4}{3}$ решений не имеет, а из урав-

нения $\cos x = \frac{1}{2}$, учитывая, что $\operatorname{tg} x < 0$, находим:

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C .



Решение:

Поскольку $A_1B_1 \parallel AB$, искомый угол равен углу B_1A_1C . Из теоремы косинусов для треугольника B_1A_1C получим $\cos \angle B_1A_1C = \frac{A_1C^2 + A_1B_1^2 - B_1C^2}{2A_1C \cdot A_1B_1}$.

Но $A_1C = B_1C = \sqrt{2}$, поэтому $\cos \angle B_1A_1C = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Ответ. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

С3. Решите неравенство

$$\frac{\log_{2x-3}^2 \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3} (9x^2 - 30x + 25) + 7}{2 \log_{2x-3} (6x^2 - 19x + 15) - 1} \leq 3.$$

Решение:

Преобразуем неравенство:

$$\frac{\log_{2x-3}^2 (3x-5) + \log_{2x-3} (3x-5)^2 + 7}{2 \log_{2x-3} ((3x-5)(2x-3)) - 1} \leq 3;$$

$$\frac{\log_{2x-3}^2 (3x-5) + 2 \log_{2x-3} (3x-5) + 7}{2 \log_{2x-3} (3x-5) + 1} \leq 3.$$

Пусть $\log_{2x-3} (3x-5) = y$.

$$\text{Получаем: } \frac{y^2 + 2y + 7}{2y + 1} \leq 3; \quad \frac{(y-2)^2}{2y+1} \leq 0.$$

$$1. \quad y = 2. \text{ Получаем: } \begin{cases} (2x-3)^2 = 3x-5, \\ 2x-3 > 0, \\ 2x-3 \neq 1. \end{cases}$$

Решим уравнение: $4x^2 - 15x + 14 = 0$.

Корни: $\frac{7}{4}$ и 2. Условием удовлетворяет только $\frac{7}{4}$.

2. $y < -\frac{1}{2}$. Заметим, что обе функции $y = 2x - 3$ и $y = 3x - 5$ принимают значение 1 при $x = 2$, причем при любом $x \neq 2$ они обе либо больше, либо меньше единицы. Следовательно, $\log_{2x-3}(3x-5) > 0$ при всех допустимых x . Поэтому неравенство $\log_{2x-3}(3x-5) < 0$ не имеет решений.

Ответ: $\frac{7}{4}$.

- С4. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B . Известно, что расстояние между центрами равно a , причем $r < R$ и $r + R < a$. Найдите AB .

Решение:

Пусть O_1 — центр окружности радиуса R , O_2 — центр окружности радиуса r , A и B соответственно — точки касания окружностей с их общей внешней касательной, C и D соответственно — с внутренней, P — основание перпендикуляра, опущенного из O_2 на O_1A (рис. 1).

Из прямоугольного треугольника O_1O_2P находим,

$$\text{что } O_2P = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1P^2} = \sqrt{a^2 - (R - r)^2},$$

а т.к. $AP O_2 B$ — прямоугольник, то

$$AB = O_2P = \sqrt{a^2 - (R - r)^2}.$$

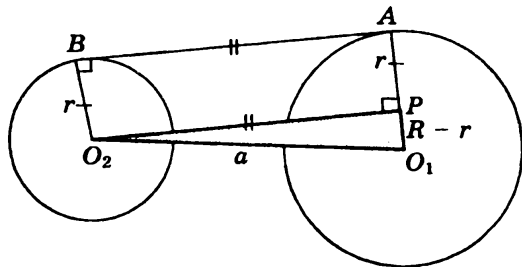


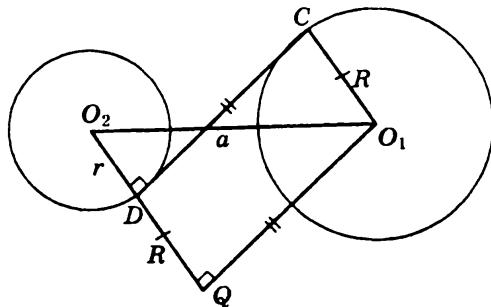
Рис. 1

Пусть Q — основание перпендикуляра, опущенного из O_1 на продолжение радиуса O_2D (рис. 2).

Тогда $O_1Q = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2Q^2} = \sqrt{a^2 - (R+r)^2}$, а т.к.

DQO_1C — прямоугольник,

то $CD = O_1Q = \sqrt{a^2 - (R+r)^2}$.



Ответ: $\sqrt{a^2 - (R-r)^2}$ или $\sqrt{a^2 - (R+r)^2}$.

С5. Найдите все значения параметра a , при которых

система
$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2, \\ x^2 + y = 2x \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

шения.

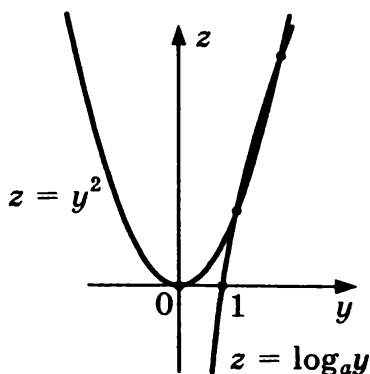
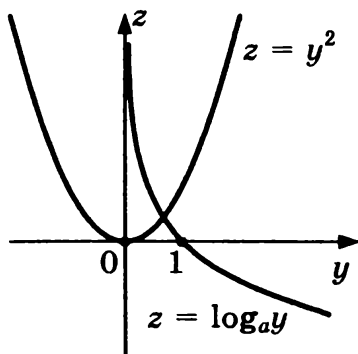
Решение:

Из второго уравнения находим: $y = 2x - x^2$. Первое уравнение принимает вид $\log_a y = y^2$.

1. Пусть $0 < a < 1$. На рисунке 1 видно, что в этом случае уравнение $\log_a y = y^2$ имеет единственное решение $y_0 < 1$.

Запишем второе уравнение в виде $x^2 - 2x + y_0 = 0$.

Его дискриминант равен $4 - 4y_0$, и он положителен, поскольку $y_0 < 1$. Уравнение имеет два различных корня x_1 и x_2 . Значит, в этом случае система имеет ровно два решения $(x_1; y_0)$ и $(x_2; y_0)$.



2. Пусть теперь $a > 1$. На рис. 2 видно, что в этом случае уравнение $\log_a y = y^2$ если и имеет корни, то только большие единицы: $y_0 > 1$. Но тогда дискриминант уравнения $x^2 - 2x + y_0 = 0$ отрицателен. Решений нет.

Ответ: $0 < a < 1$.

- С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящиеся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

Решение:

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, делится на 11.

Запишем все цифры подряд: 9876543210. В написанном числе указанная разность сумм равна 5. Меняя местами, например, 5 и 8, мы одну сумму увеличиваем на 3, а другую уменьшаем на 3. Значит, разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, становится равной 11. Меняя местами, например, 4 и 7, или 3 и 6, получаем требуемые примеры. Примечание. В задаче не требуется нахождение всех чисел, обладающих указанным свойством.

Ответ: Да.

Справочное издание

**Высоцкий И.Р., Гушин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л.,
Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,
Шноль Д.Э., Ященко И.В.**

ЕГЭ МАТЕМАТИКА ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.007297.05.10 от 07.05.2010 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*

Редактор *И.М. Бокова*

Технический редактор *Т.В. Фатюхина*

Корректор *Л.К. Корнилова*

Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*

Компьютерная верстка *М.В. Дёмина*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.

www.examen.biz

Е-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7

Качество печати соответствует
качеству предоставленных диапозитивов

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).**